Grado en Administración y Dirección de Empresas — Matemáticas I

Septiembre de 2011. Nacional y Unión Europea. Original $\boxed{\text{TIPO DE EXAMEN A}}$

Por favor, conteste las preguntas del examen en la hoja de respuestas que le entrega el Tribunal.
Marque únicamente una respuesta por pregunta.

Duración: 2 horas.

Puntuación: respuesta correcta: $+1$ punto; respuesta en blanco: 0 puntos; respuesta incorrecta: $-0,25$ puntos.

Material permitido: NINGUNO (ni libros, ni apuntes, ni calculadora).

Dados $a \in \mathbb{R}$ y $b \in \mathbb{R}$, considérense estos tres vectores de $\mathbb{R}^3$: $\boldsymbol{v}_1 = (1,1,0)$, $\boldsymbol{v}_2 = (2,a,1)$ y $\boldsymbol{v}_3 = (4,b,3)$.

1. Los vectores $\boldsymbol{v}_1$, $\boldsymbol{v}_2$ y $\boldsymbol{v}_3$ forman una base de $\mathbb{R}^3$ si y solamente si:

   a) $a \neq 0$ y $b \neq a$, b) $b \neq 3a-2$,
   c) $b = 3a$, d) ninguna de las anteriores.

2. Si $a = 2$, sea F el subespacio vectorial de $\mathbb{R}^3$ generado por los dos vectores $\boldsymbol{v}_1$ y $\boldsymbol{v}_2$. El vector $(1,c,1)$, con $c \in \mathbb{R}$, pertenece a F si y sólo si:

   a) $c = 0$, b) $c \neq -2$, c) $c = -2$, d) $c = 1$.

Sea f la aplicación lineal de $\mathbb{R}^4$ en $\mathbb{R}^3$ cuya matriz asociada en las bases canónicas es:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Las dimensiones respectivas de los subespacios vectoriales $\mathsf{Ker}\, f$ y $\mathsf{Im}\, f$ son:

   a) 2 y 3, b) 3 y 1, c) 1 y 3, d) 2 y 2.

4. El subespacio vectorial $\mathsf{Ker}\, f$ es igual a:

   a) $\mathbb{R}(1,-1,-1,0) + \mathbb{R}(0,-1,0,-1)$,
   b) $\mathbb{R}(-1,1,1,0)$,
   c) $\{(0,0,0,0)\}$,
   d) $\{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 \mid y - z - t = 0,\ x + y = 0\}$.

(**Nota:** $\mathbb{R}(a,b,c,d) = \{\lambda(a,b,c,d) \in \mathbb{R}^4 \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$.)

5. El subespacio vectorial $\mathsf{Im}\, f$ es igual a:

   a) $\mathbb{R}^3$, b) $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y - 2z = 0\}$,
   c) $\mathbb{R}(2,0,1)$, d) $\mathbb{R}(2,0,1) + \mathbb{R}(1,1,0)$.

(**Nota:** $\mathbb{R}(a,b,c) = \{\lambda(a,b,c) \in \mathbb{R}^3 \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$.)

6. La aplicación lineal f es:

   a) inyectiva, pero no suprayectiva;
   b) suprayectiva, pero no inyectiva;
   c) un isomorfismo;
   d) ni inyectiva, ni suprayectiva.

7. Dada la base $B = \big((1,0,1),(0,1,0),(0,1,1)\big)$ de $\mathbb{R}^3$, los términos de la primera columna de la matriz asociada a f en las bases canónica de $\mathbb{R}^4$ y B de $\mathbb{R}^3$ son:

   a) 2, 0 y 1, b) 2, 1 y -1,
   c) 1, 0 y 1, d) 1, 1 y 1.

---

8. Considérese el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 1 \\ \phantom{2x - {}} y - z = -1 \\ x \phantom{{}- y} + z = 0. \end{cases}$$

Se verifica:

   a) no admite solución;
   b) admite una única solución: $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$;
   c) admite infinitas soluciones, y todas ellas verifican que sus términos primero y tercero suman 0;
   d) ninguna de las anteriores.

---

9. El conjunto de los números reales x tales que

$$|x-1| \leq 4$$

es:

   a) $[-3,5]$, b) $(-3,5)$,
   c) $\{-3,5\}$, d) $[1,4]$.

---

10. La sucesión $\left(\dfrac{n^3+n^2-n}{2n^3+2}\right)$ tiene límite igual a:

   a) $+\infty$, b) $1/2$, c) $-\infty$, d) 0.