Grado en Administración y Dirección de Empresas — Matemáticas I

Septiembre de 2011. Nacional y Unión Europea. Reserva TIPO DE EXAMEN C

Por favor, conteste las preguntas del examen en la hoja de respuestas que le entrega el Tribunal.
Marque únicamente una respuesta por pregunta.

Duración: 2 horas.

Puntuación: respuesta correcta: $+1$ punto; respuesta en blanco: 0 puntos; respuesta incorrecta: $-0,25$ puntos.

Material permitido: NINGUNO (ni libros, ni apuntes, ni calculadora).

Considérense los vectores $\boldsymbol{v}_1 = (-1,0,-5)$, $\boldsymbol{v}_2 = (0,1,0)$ y $\boldsymbol{v}_3 = (2,-1,1)$ de $\mathbb{R}^3$.

1. Se verifica:

a) todo vector de $\mathbb{R}^3$ es combinación lineal de $\boldsymbol{v}_1$ y $\boldsymbol{v}_2$;

b) $\boldsymbol{v}_1$, $\boldsymbol{v}_2$ y $\boldsymbol{v}_3$ son linealmente independientes;

c) $\boldsymbol{v}_1$, $\boldsymbol{v}_2$ y $\boldsymbol{v}_3$ son linealmente dependientes;

d) el vector $(0,0,0)$ no es combinación lineal de $\boldsymbol{v}_1$, $\boldsymbol{v}_2$ y $\boldsymbol{v}_3$.

2. Sea F el subespacio vectorial de $\mathbb{R}^3$ generado por los dos vectores $\boldsymbol{v}_1$ y $\boldsymbol{v}_2$. El vector $(2,1,a)$, con $a \in \mathbb{R}$, pertenece a F si y sólo si:

a) $a = 2$, **b)** $a \neq -2$, **c)** $a = -2$, **d)** $a = 10$.

Sea f la aplicación lineal de $\mathbb{R}^4$ en $\mathbb{R}^3$ cuya matriz asociada en las bases canónicas es:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

3. Las dimensiones respectivas de los subespacios vectoriales $\mathsf{Ker}\, f$ y $\mathsf{Im}\, f$ son:

a) 2 y 3, b) 3 y 1, c) 1 y 3, d) 2 y 2.

4. El subespacio vectorial $\mathsf{Ker}\, f$ es igual a:

a) $\mathbb{R}(1,-1,2,1)$, b) $\mathbb{R}(-1,1,-2,-1) + \mathbb{R}(1,2,1,-1)$,
c) $\{(0,0,0,0)\}$, d) $\{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 \mid x+z+t=0\}$.

(**Nota:** $\mathbb{R}(a,b,c,d) = \{\lambda(a,b,c,d) \in \mathbb{R}^4 \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$.)

5. El subespacio vectorial $\mathsf{Im}\, f$ es igual a:

a) $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid y+z=0\}$, b) $\mathbb{R}^3$,
c) $\mathbb{R}(1,0,1)$, d) $\mathbb{R}(1,0,1) + \mathbb{R}(1,1,0)$.

(**Nota:** $\mathbb{R}(a,b,c) = \{\lambda(a,b,c) \in \mathbb{R}^3 \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$.)

6. La aplicación lineal f es:

a) inyectiva, pero no suprayectiva;

b) suprayectiva, pero no inyectiva;

c) un isomorfismo;

d) ni inyectiva, ni suprayectiva.

7. Dada la base $B = \big((1,0,0),(0,1,0),(1,1,1)\big)$ de $\mathbb{R}^3$, los términos de la tercera columna de la matriz asociada a f en las bases canónica de $\mathbb{R}^4$ y B de $\mathbb{R}^3$ son:

a) -1, 1 y 1, **b)** -2, 0 y 1,
c) 1, 0 y 1, **d)** 1, 1 y 1.

---

8. Considérese el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 2x - y = 2 \\ 3x + y = 1 \\ 7x - y = 5. \end{cases}$$

Se verifica:

a) no admite solución, pues tiene más ecuaciones que incógnitas;

b) admite una única solución $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$, y esta única solución verifica: $a + b = -1/5$;

c) admite una única solución $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$, y esta única solución verifica: $a + b = 3/5$;

d) el sistema admite infinitas soluciones, y todas ellas verifican que su primer término es igual a $3/5$.

---

9. El conjunto de los números reales x tales que

$$2x \leq 4(1-x)$$

es:

a) $(-\infty, 2/3]$, b) $[2, +\infty)$,
c) $\emptyset$ (conjunto vacío), d) $\mathbb{R}$.

---

10. Dado un número real positivo α, se considera la serie de término general sucesión

$$\frac{n}{\alpha^n}.$$

Esta serie verifica:

a) es convergente cualquiera que sea $\alpha > 0$;

b) es divergente cualquiera que sea $\alpha > 0$;

c) es divergente si $\alpha = 1/5$;

d) es convergente si $\alpha = 99/100$.